# TEMA II : VIBRACIONES Y ONDAS

1. Movimientos periódicos : oscilaciones y vibraciones
2. Ecuación de un M.A.S. : estudio cinemático y dinámico
3. Ondas : tipos de ondas
4. Ondas armónicas : ecuación y magnitudes
5. Propagación de energía en las ondas : intensidad
6. Propiedades cuantitativas : pulsaciones, interferencias y ondas estacionarias
7. Propiedades cualitativas : reflexión, refracción, difracción y polarización
8. El sonido : características y propiedades

## 1. Movimientos periódicos : oscilaciones y vibraciones

Se denomina oscilación o vibración a un movimiento que se produce de forma alternativa a ambos lados de una posición en equilibrio. En el caso de que la oscilación sea simétrica y además periódica, entonces el movimiento se denomina armónico. Dentro de los movimientos armónicos, el más simple es Movimiento Armónico Simple (M.A.S.).

## 2. Ecuación de un M.A.S. : estudio cinemático y dinámico

Supongamos una vibración armónica a lo largo del eje X. Partiendo de un punto de equilibrio, el móvil se desplaza a ambos lados de dicho punto. Para mayor sencillez, suponemos que el movimiento es rectilíneo.

- **Magnitudes que caracterizan un M.A.S.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Elongación o alargamiento** | x | Posición del móvil en cualquier instante respecto a 0 | m |
| **Amplitud** | A | Máximo alargamiento. El móvil se desplaza entre A y - A. | m |
| **Periodo** | T | Tiempo empleado en dar una oscilación completa (A→-A→A) | s |
| **Frecuencia** | ν | 1/T | Hz |
| **Pulsación o frecuencia angular** | ω | $2\pi\omega$ | rad/s |
| **Desfase** | $\theta_0$ | Ángulo que recoge las condiciones iniciales | rad |

- **Análisis cinemático**

Se dice que un movimiento es armónico simple si se cumple esta ecuación :

$$x = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \theta_0)$$

Para hallar la velocidad hay que derivar la posición respecto a t :

$$v = x' = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_0)$$

Lo mismo con la aceleración :

$$a = v' = -A \cdot \omega^2 \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \theta_0) = -\omega^2 \cdot A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \theta_0)$$

$a = -\omega^2 \cdot x$ que es una característica especial del M.A.S.

- **Análisis dinámico**

Supongamos que la partícula que oscila tiene masa m.

$F = m \cdot a = -\omega^2 \cdot m \cdot x$

$K = \omega^2 \cdot m$

$F = -Kx$ para los muelles

Para que se produzca un M.A.S. tiene que haber fuerzas análogas a las de los muelles.

$\omega^2 = \dfrac{K}{m}$ $K = \omega^2 \cdot m$ permiten dar al frecuencia de un M.A.S.

**Movimiento del péndulo**

El péndulo es un M.A.S. si la oscilación es pequeña.

Péndulo simple : masa puntual que oscila suspendida mediante un hilo. Suponemos puntual cuando las dimensiones del objeto suspendido son muy inferiores a al longitud del hilo. El objeto oscila siguiendo un arco de circunferencia.

$P_x = P \cdot \operatorname{sen}\theta$ $P_y = P\cos\theta = -T$ $P_y + T = 0$

$P_x = P \cdot \operatorname{sen}\theta = m \cdot g \cdot \operatorname{sen}\theta$ $\operatorname{sen}\theta \approx \theta s$ en pequeñas oscilaciones

$P_x = m \cdot g \cdot \theta \rightarrow$ $\theta = \dfrac{s}{L}$ $P_x = \dfrac{mg}{L}s$ $\dfrac{mg}{L} = K = cte$

$P_x = K \cdot s$ $\vec{P}_x = -K \cdot s$ se concluye que se trata de un M.A.S.

$K = m\omega^2 = \dfrac{mg}{L}$ $\boxed{\omega = \sqrt{\dfrac{g}{L}}}$

$\omega = 2\pi\nu = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{g}{L}}$ $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}}$ a mayor longitud, mayor periodo

- **Estudio energético**

Este tipo de fuerzas son conservativas.

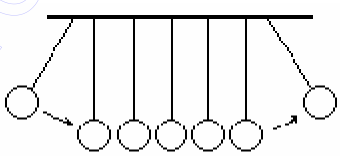
$F = -Kx$ $E_P = \dfrac{1}{2}Kx^2$

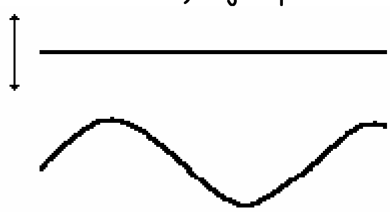
Si no hay rozamiento se conserva la energía.

$E = \dfrac{1}{2}Kx^2 + \dfrac{1}{2}mv^2$ $\pm A \rightarrow v = 0$ $x = A$ $\boxed{E = \dfrac{1}{2}KA^2}$

## 3. Ondas. Tipos de ondas

Se denomina onda a una perturbación (alteración de una variable física) en un cierto lugar del espacio que se propaga a través de un medio (incluso en el vacío). Ejemplos :





En las ondas no se propaga globalmente la materia, sólo hay vibraciones. Se propaga la energía de unos medios a otros.

**Tipos de ondas**

Las ondas se pueden clasificar desde varios puntos de vista :

- **Número de dimensiones**
  - Unidimensionales : longitudinales (cuerda)
  - Bidimensionales : superficiales (piedra al agua)
  - Tridimensionales : todo el espacio (sonido)
- **Energía propagada**
  - Mecánicas : energía mecánica debida a vibraciones (sólidos, sonido…)
  - Electromagnéticas : energía electromagnética (radio, luz, microondas…)
- **Dirección de vibración**
  - Longitudinales : la dirección de propagación y vibración coinciden (bolitas)
  - Transversales : dirección de vibración y propagación perpendiculares (cuerda)

**Velocidad de propagación**

Depende de la naturaleza del medio por el que viaja la onda :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $v=\sqrt{\dfrac{E}{d}}$ | Sólidos | longitudinales | d = densidad ; E = módulo de Young, mide elasticidad |
| $v=\sqrt{\dfrac{\beta}{d}}$ | Fluidos | transversales | $\beta$ = módulo de compresibilidad |
| $v=\sqrt{\dfrac{\gamma RT}{Pm}}$ | Gases | longitudinales | R = 0,082<br>T = °K |
| $v=\sqrt{\dfrac{F}{\sigma}}$ | Cuerdas | transversales | F = tensión $\sigma$ = m/L |
| $v=\sqrt{\dfrac{K_0}{\sigma}}$ | Muelles | longitudinales | $K_0$ = K/L |

## 4. Ondas armónicas : ecuación y magnitudes

Se denominan ondas armónicas a las que proceden de un M.A.S. que, iniciado en un lugar (el foco de las ondas), se propaga a través de un medio.

- **Deducción de la ecuación de una onda armónica**

Suponemos una cuerda a la que la hacemos vibrar.


y = desplazamiento

x = 0 → foco

$y = A\cdot \text{sen}(\omega\cdot t+\vartheta_0)$

Suponemos que la vibración no se amortigua con el rozamiento, no pierde amplitud. Cogemos un punto que dista x del foco (0).

Y (x, t) = y (0, t - $t_0$)

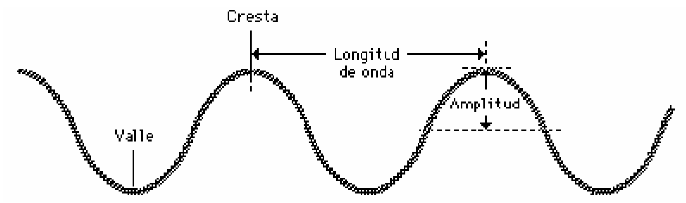
La vibración viaja con una velocidad v, por lo que el tiempo $t_0$ será : x = v · $t_0$ → $t_0$ = x/v

$$y\ (t,\ x)=y\ \left(0,\ t-\frac{x}{v}\right) \rightarrow y(x,t)=A\cdot\text{sen}\left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\theta_0\right]$$

$$\boxed{y(x,t)=A\cdot\text{sen}\left(\omega\cdot t\pm\frac{\omega}{v}x+\theta_0\right)}$$ El signo depende del sentido de la velocidad

**Magnitudes**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Amplitud** | A | Máximo alargamiento. El móvil se desplaza entre A y - A. | m |
| **Periodo** | T | Tiempo empleado en dar una oscilación completa (A→-A→A) | s |
| **Frecuencia** | $\nu$ | 1/T | Hz |
| **Pulsación o frecuencia angular** | $\omega$ | $2\pi\nu$ | rad/s |
| **Desfase** | $\theta_0$ | Ángulo que recoge las condiciones iniciales | rad |
| **Fase** | $(\omega t \pm \omega x/v + \theta_0)$ | | rad |
| **Velocidad** | v | Velocidad de propagación de la onda | m/s |



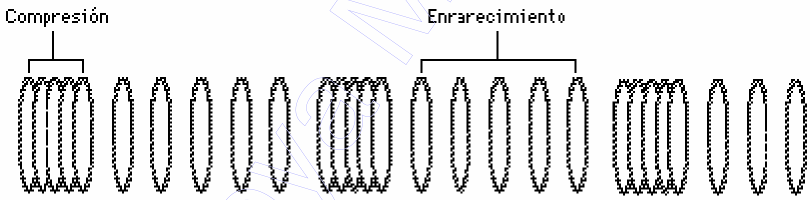

Hay otro parámetro que se llama **longitud de onda**, que es la distancia entre dos puntos con el mismo estado de vibración, o bien, la distancia recorrida por la onda en 1 periodo.

$\lambda = v \cdot T$ metros

## 5. Propagación de la energía en las ondas : intensidad

### a) Ondas unidimensionales

Supongamos un tubo cilíndrico de gas con una superficie s y un émbolo que empuja aire con una amplitud A al vibrar, produciendo una onda que se propaga longitudinalmente por el tubo.




Se alternan bandas comprimidas y expandidas hasta donde ha llegado la onda en una longitud L y tiempo t, y donde no ha llegado el gas está en equilibrio.

$L = v \cdot t$

Si la onda es de tipo armónico se puede aplicar la ecuación de la energía del M.A.S.

$E = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2$ $\quad K = m \cdot \omega^2$

$\Delta E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$ $\quad$ m = masa afectada por la vibración ; aumenta con el tiempo

$m = d \cdot V = d \cdot s \cdot L = d \cdot s \cdot v \cdot \Delta t$

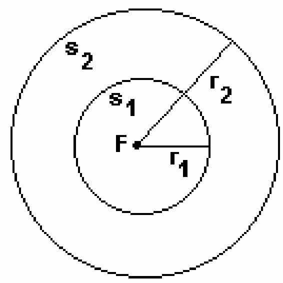
$$\Delta E = \frac{1}{2}\omega^2 A^2 \cdot d \cdot s \cdot v \cdot \Delta t$$

Intensidad : $I = \dfrac{\Delta E}{s \cdot \Delta t}$ $\qquad \boxed{I = \frac{1}{2}\omega^2 A^2 \cdot d \cdot v}$ $\quad$ (Wat/m$^2$)

### b) Ondas esféricas

Viajan por igual en todas las direcciones del espacio con la misma velocidad.

**Frente de ondas** : lugar geométrico formado por todos los puntos del espacio que se encuentran en el mismo estado de vibración (aquellos puntos que han sido alcanzados por la onda de forma simultánea).




P = potencia = cte.

$$I_1 = \frac{P}{s_1} \qquad I_1 s_1 = I_2 s_2$$

$$I_2 = \frac{P}{s_2} \qquad \frac{I_1}{I_2} = \frac{s_1}{s_2}$$

$$S_E = 4\pi \cdot r^2 \qquad \frac{I_1}{I_2} = \frac{4\pi \cdot r_1^2}{4\pi \cdot r_2^2} \qquad \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}}$$

## 6. Propiedades cuantitativas : pulsaciones, interferencias y ondas estacionarias

Son las cualidades en las que hay que hacer cálculos matemáticos referidos a las ecuaciones de las ondas.

- **Principio de superposición**

"Cuando dos o más perturbaciones ondulatorias alcanzan simultáneamente un mismo punto, la vibración resultante en dicho punto es la suma de las vibraciones que producen individualmente."

Hay varios casos de superposición de ondas :

### a) Pulsaciones

Dos ondas con la misma amplitud y distinta frecuencia propagándose en el mismo sentido.
Suponemos un medio unidimensional por el que viajan dos ondas en esas condiciones :

$$y_1 = A \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t - k_1 \cdot x)$$

$$y_2 = A \cdot \text{sen}(\omega_2 \cdot t - k_2 \cdot x)$$

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \left[\text{sen}(\omega_1 \cdot t - k_1 \cdot x) + \text{sen}(\omega_2 \cdot t - k_2 \cdot x)\right]$$

$$\text{sen}\quad a + \text{sen}\quad b = 2\,\text{sen}\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2} \qquad a = \omega_1 \cdot t - k_1 \cdot x \qquad b = \omega_2 \cdot t - k_2 \cdot x$$

$$\frac{a+b}{2} = \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right)t - \left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)x \qquad \frac{a-b}{2} = \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)t - \left(\frac{k_1 - k_2}{2}\right)x$$

$$\boxed{y = 2A \cdot \text{sen}\left[\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right)t - \left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)x\right] \cdot \cos\left[\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)t - \left(\frac{k_1 - k_2}{2}\right)x\right]}$$

El resultado es una onda que engloba a dos ondas simultáneamente, una de ellas con frecuencia la media aritmética (alta), y otra con frecuencia la semirresta (baja). A esto se le llama pulso.

### b) Ondas estacionarias

Se superponen dos ondas de la misma amplitud y frecuencia que viajan en sentidos contrarios.

$$y_1 = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

$$y_2 = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x + \theta)$$

Se suman de la misma manera que en el pulso :

$$\boxed{y = 2A \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t + \frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(k \cdot x + \frac{\theta}{2}\right)}$$

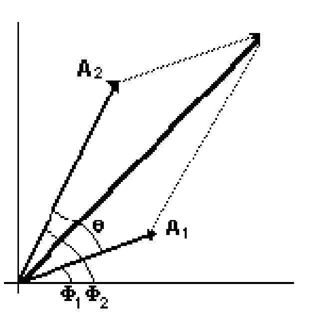
En una onda normal, t y x entran en la fase de una sola función trigonométrica, mientras que en una estacionaria aparecen en funciones trigonométricas distintas.
Interpretación : al aparecer la forma espacial y la temporal independientemente existen unos puntos en los que la vibración es siempre nula llamados nodos. Entre nodo y nodo hay un vientre.

Nodos : y = 0 independientemente del tiempo, por lo que $\cos\left(k \cdot x + \frac{\theta}{2}\right) = 0$

$k \cdot x + \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi$ n= 0, 1, 2, 3, ...

### c) Interferencias

Consideramos el caso más simple : dos ondas de distinta amplitud y misma frecuencia que, procedentes de focos distintos, se superponen en un punto.




$$y_1 = A_1 \cdot \mathrm{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x_1) \qquad \Phi_1 = \omega \cdot t - k \cdot x_1$$
$$y_2 = A_2 \cdot \mathrm{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x_2) \qquad \Phi_2 = \omega \cdot t - k \cdot x_2 + \theta_0$$

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \mathrm{sen}\,\theta$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos\theta \qquad \theta = k(x_2 - x_1)$$

**Máxima interferencia constructiva** $\cos\theta = 1$ $\theta = 2n\pi$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \qquad A = A_1 + A_2$$

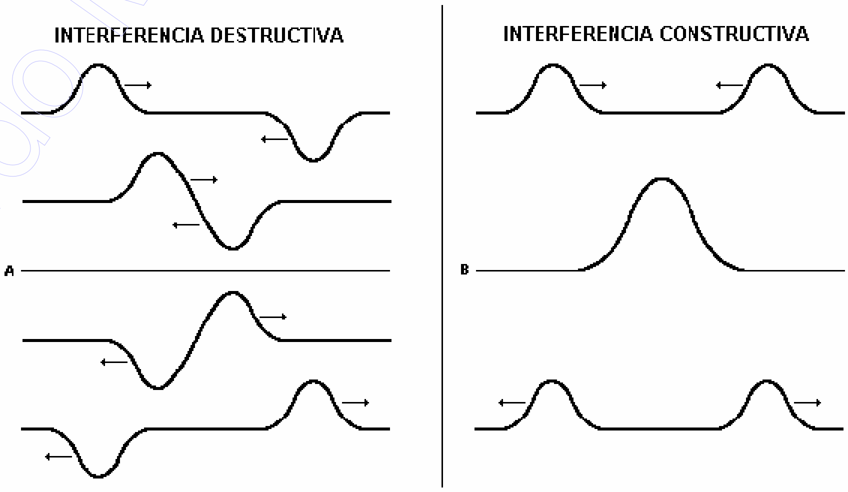
$$\theta = \Phi_2 - \Phi_1 = k(x_1 - x_2) + \theta_0 = 2n\pi \qquad \boxed{x_1 - x_2 = \frac{2n\pi - \theta_0}{k}}$$

**Máxima interferencia destructiva** $\cos\theta = -1$ $\theta = (2n+1)\pi$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \qquad A = |A_1 - A_2|$$

$$\theta = \Phi_2 - \Phi_1 = k(x_1 - x_2) + \theta_0 = (2n+1)\pi \qquad \boxed{x_1 - x_2 = \frac{(2n+1)\pi - \theta_0}{k}}$$

En la máxima interferencia constructiva los vientres de las dos ondas se suman y en la destructiva se restan.



Cuando $\theta_0$ es constante los focos son coherentes (láser). Si $\theta_0$ varía de forma aleatoria los focos son incoherentes.

**Aplicación de las interferencias a la intensidad**

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2} \cdot \cos\Phi$$

## 7. Propiedades cualitativas : reflexión, refracción, difracción y polarización

Se denominan propiedades cualitativas a las que se pueden estudiar sin cálculos matemáticos profundos.

- **Principio de Huyghens**

  "Cuando un frente de ondas alcanza un punto cualquiera del espacio este punto se convierte a su vez en foco emisor."

  Este principio es necesario para explicar estas propiedades.

  Se denomina frente principal al que procede del foco original, y frente secundario al que procede de cualquier punto.

"La superficie envolvente de los frentes secundarios es un frente principal."

Superficie envolvente : superficie que alcanza o hace contacto con todos los frentes secundarios.

### a) Reflexión y refracción

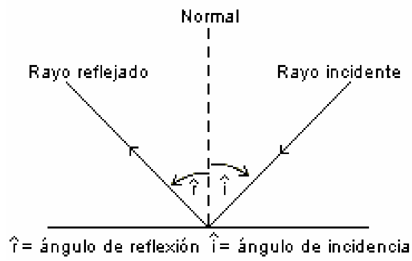
Cuando un frente de ondas alcanza la superficie que se para dos medios (ej. : agua-aire) pueden suceder dos fenómenos :

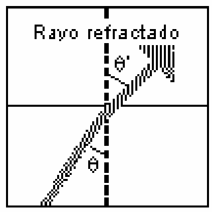
1. Que el frente retroceda por el medio inicial (rebota) → *Reflexión*
2. Que el frente pase al segundo medio → *Refracción*

En ambos casos el frente se desvía de la trayectoria original, cumpliendo las leyes de Snellius :

1ª LEY → $\theta = \theta'$ para la reflexión

2ª LEY → $\dfrac{\operatorname{sen}\theta'}{\operatorname{sen}\theta} = \dfrac{v'}{v}$ para la refracción




Refracción ordinaria

### b) Difracción

Se denomina difracción al conjunto de desviaciones y distorsiones que experimentan los frentes de onda cuando en su camino se interponen obstáculos, rendijas, aberturas...

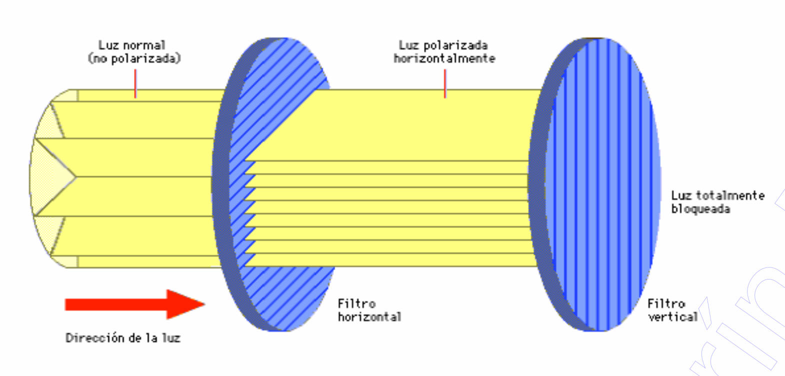
Los puntos que están en los focos emisores se comportan como nuevos emisores (principio de Huyghens y principio de interferencias). A mayor longitud de onda más difracción.

El principio de Huyghens también explica la formación de franjas claras y oscuras en una pantalla tras pasar un láser por una rendija. Las franjas claras son las zonas donde se superponen las ondas (interferencia constructiva) y las oscuras donde se contrarrestan (interferencia destructiva).

### c) Polarización

Afecta únicamente a ondas transversales. En ondas longitudinales la dirección de propagación y de vibración coinciden. En ondas transversales la dirección de propagación y de vibración son perpendiculares, por lo que hay infinitas posibilidades y puede cambiar la dirección de vibración.
Se dice que una onda está polarizada cuando la dirección de vibración es fija, o bien cambia de acuerdo con una ley que se conoce de antemano. Si la dirección de vibración cambia al azar (de forma imprevisible) la onda no está polarizada. Cuando la dirección de vibración es fija, la onda está polarizada linealmente.

**Conversión de una onda no polarizada en onda polarizada**
Al interponer una pantalla con una rendija, la onda únicamente puede seguir una dirección tras atravesar la rendija. Este aparato se llama polarizador.




Puede haber ondas polarizadas circular y elípticamente.

## 8. El sonido : características y propiedades

El sonido consiste en una vibración que se propaga a través de un medio (no viaja en el vacío). Tiene una serie de propiedades y cualidades.

### a) Intensidad

La intensidad del sonido es la intensidad de la onda correspondiente (I = P/s). Hay dos tipos de intensidad : **intensidad física** (P/s) e **intensidad fisiológica** (sonoridad).
Sonoridad : sensación acústica que nos permite clasificar los sonidos en fuertes y débiles. Para medirla se utiliza una escala :

$$\boxed{S = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}}$$

I = intensidad física $I_0 = 10^{-12}$ Wat/m$^2$ (mínimo valor perceptible por el oído) Se mide en decibelios (dB)

El máximo de dB que el oído humano puede soportar es 120 dB (umbral del dolor). Sobre 150 dB estallan los tímpanos.

### b) Tono

Es una sensación acústica relacionada con la **frecuencia**. Nos permite clasificar los sonidos en graves (frecuencia baja) y agudos (frecuencia alta). El oído humano puede percibir una gama de frecuencias de 20 Hz a 20000 Hz.

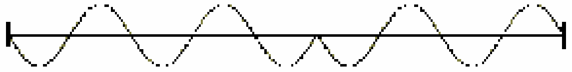
### c) Timbre

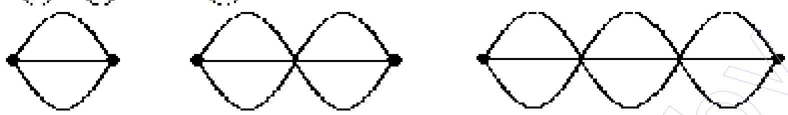
Cuando un objeto cualquiera o un instrumento musical emite sonidos lo hace con una gama de frecuencias características en las que aparece una frecuencia fundamental que es la más baja (primer armónico). Todas las demás frecuencias son múltiplos de la fundamental.

El timbre es una cualidad del sonido relacionada con toda la **gama de frecuencias** secundarias que acompañan a la fundamental. Permite distinguir si la voz proviene de una persona u otra, o de qué instrumento proviene una nota musical.

**Análisis matemático de las frecuencias emitidas por algunos instrumentos**

- **Cuerda de guitarra** : se producen ondas estacionarias porque las ondas reflejadas en los extremos se superponen con las que van hacia ellos. Por ello, en los extremos debe haber nodos.





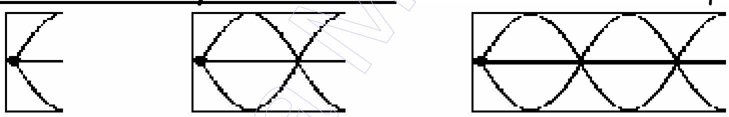
$L = \frac{1}{2}\lambda$ $\qquad L = \frac{2}{2}\lambda$ $\qquad L = \frac{3}{2}\lambda$

$L = \frac{n}{2}\lambda$ $\qquad$ n= 1, 2, 3... (nº de vientres dobles) $\qquad \lambda_n = \frac{2L}{n}$

$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\upsilon}$ $\qquad \upsilon = \frac{v}{L}$ $\qquad \upsilon_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2L/n}$ $\qquad \boxed{\upsilon_n = \frac{nv}{2L}}$

n = 1 → frecuencia fundamental (primer armónico)
n = 2 → segundo armónico
n = 3 → tercer armónico

- **Tubo con un extremo cerrado y otro abierto** : en el extremo tiene que haber vientre.



$L = \frac{1}{4}\lambda$ $\qquad L = \frac{3}{4}\lambda$ $\qquad L = \frac{5}{4}\lambda$

$L = \frac{2n-1}{4}\lambda$ $\qquad \lambda_n = \frac{4L}{2n-1}$ $\qquad \boxed{\upsilon_n = \frac{v(2n-1)}{4L}}$

- Por el mismo procedimiento se puede hallar la ecuación para un **tubo abierto por los dos extremos**, que resulta ser la misma que para una cuerda atada por los dos extremos, pero en lugar de nodos en los extremos aquí hay vientres. : $\boxed{\upsilon_n = \frac{nv}{2L}}$